

6. Porównania wielokrotne

C	62,6	70,9	73,3	75,5	77,8	80,4	84,5	84,7	84,9	87,2	87,4	87,8	90,0	91,8	99,0
F	76,9	80,3	81,6	83,4	87,0	88,0	89,8	91,4	92,5	97,0	98,2	99,7	100,9	101,1	102,2
P	58,7	64,2	65,4	68,9	69,2	69,2	69,5	70,1	70,2	72,3	76,0	79,7	85,0	86,4	97,5

Tab. 1 Średnia liczba uderzeń serca na minutę w stanie stresu. C – grupa kontrolna, F – stres w obecności przyjaciela, P – w obecności psa.

Źródło wariancji	SS	df	MS	F	Wartość-p
Pomiędzy grupami	2387,69	2	1193,84	14,08	2,09E-05
W obrębie grup	3561,31	42	84,79		
Razem	5948,99	44			

Tab. 2 Tabela ANOVA

Poziom	N	średnia liczba uderzeń serca na minutę				
		średnia	OS	SE	-95%	95%
C	15	82,52	9,24	2,39	77,41	87,64
F	15	91,33	8,34	2,15	86,71	95,94
P	15	73,48	9,97	2,57	67,96	79,00
Ogół	45	82,44	11,63	1,73	78,95	85,94

Tab. 3 Stres. Statystyki w grupach

Testy porównań wielokrotnych

Ile istotnie różnych grup? Dwie czy trzy? Jeśli dwie – to o jakim składzie?

Nierówność Bonferroniego

$$P\left(\bigcap_i A_i\right) = 1 - P\left(\bigcup_i A_i^c\right) \geq 1 - \sum_i P(A_i^c)$$

Gdy $P(A_i) \geq 1 - \alpha_i$ to $P\left(\bigcap_i A_i\right) \geq 1 - \sum_i \alpha_i$.

Niech $\alpha \geq \sum_i \alpha_i$ to $P\left(\bigcap_i A_i\right) \geq 1 - \alpha$.

Dla $\alpha_i = \alpha^*$ stworzenie jednoczesnych przedziałów ufności na poziomie $1 - \alpha$ wymaga

$$\alpha \geq I\alpha^* \text{ oraz } P(A_i) \geq 1 - \alpha^* \geq 1 - \frac{\alpha}{I}$$

Przykład

$$I=10, \alpha = 0,05; 1 - \frac{\alpha}{I} = 0,995$$

6. Porównania wielokrotne

Przykład STRESS

Jednoczesne przedziały ufności Bonferroniego na poziomie 0,95 dla dowolnych różnic ($I=3$)

$$SE_{ij} = \sqrt{84,79 * \left(\frac{1}{15} + \frac{1}{15}\right)} = 3,36$$

$$\alpha = 0,05; 1 - \frac{\alpha}{3} = 0,9833, t_{42}(0,9916) = 2,4937$$

$$d = 2,4937 * 3,36 = 8,3787$$

73,48 P	*			
82,52 C	-	*		
91,33 F	-	-	*	

F-P	17,84	9,46	26,22
C-P	9,04	0,66	17,42
F-C	8,80	0,42	17,18

Tab. 4 Procedura wyznaczania jednoczesnych przedziałów ufności Bonferroniego

Przedziały Bonferroniego są najbardziej konserwatywne (najszerze).

Sopran	152	155	155	157	157	157	157	157	157	160	160	160	163	165	165
	165	165	165	165	165	165	165	165	165	165	165	165	165	168	168
	168	168	168	168	170	173									
Alt	152	155	155	155	155	157	157	157	160	160	160	160	163	163	163
	165	165	165	165	168	168	168	168	168	168	168	170	170	170	170
	173	173	175	178	183										
Tenor	163	165	168	168	168	170	170	173	173	173	175	178	178	180	180
	183	183	185	188	193										
Bass	168	168	173	173	173	173	173	175	175	175	178	178	178	178	178
	178	178	178	178	180	180	180	180	180	180	183	183	183	183	183
	183	185	185	185	188	191	191	191	191						

Tab. 5 Wzrost członków chóru NY Choral Society (1979)

		średnia	OS	SE	-95%	95%
Sopran	36	163,14	4,93	0,82	161,47	164,81
Alt	35	164,86	7,19	1,21	162,39	167,33
Tenor	20	175,70	8,05	1,80	171,93	179,47
Bas	39	179,69	5,99	0,96	177,75	181,63
Ogół	130	170,50	9,69	0,85	168,82	172,18

Tab. 6 Wzrost. Statystyki w grupach

Źródło wariacji	SS	df	MS	F	Wartość-p
Pomiędzy grupami (głos)	6901	3	2300,47	55,73	<0,001
W obrębie grup (błąd)	5201	126	41,28		
Razem	12102	129			

Tab. 7 ANOVA

Jednoczesne przedziały ufności Bonferroniego na poziomie 0,95 dla dowolnych różnic ($I=4$)

$$\alpha = 0,05; 1 - \frac{\alpha}{4} = 0,9875, t_{126}(0,9938) = 2,5341$$

$$SE_{14} = \sqrt{41,28 * \left(\frac{1}{36} + \frac{1}{39}\right)} = 1,48, d_{14} = 1,48 * 2,53 = 3,76 \text{ (przykład obliczenia)}$$

6. Porównania wielokrotne

163,14	Sopran	*	
164,86	Alt	*	
175,70	Tenor	-	*
179,69	Bas	-	*

*

	SE	d	różnica	przedział ufności	
B-S	1,48	3,76	16,55	12,79	20,32
T-S	1,79	4,54	12,56	8,02	17,10
A-S	1,53	3,86	1,72	-2,15	5,58
B-A	1,50	3,79	14,84	11,04	18,63
T-A	1,80	4,56	10,84	6,28	15,41
B-T	1,77	4,48	3,99	-0,49	8,47

Tab. 8 Przedziały ufności Bonferroniego

HSD¹ Tukeya

$$|\bar{Y}_i - \bar{Y}_j| \leq \max\{|\bar{Y}_i - \bar{Y}_j|, i, j\} = \bar{Y}_{\max} - \bar{Y}_{\min}$$

Gdy grupy są równoliczne, to rozkład $\frac{\bar{Y}_{\max} - \bar{Y}_{\min}}{SE(\bar{Y}_i - \bar{Y}_j)}$ nazywamy *rozkładem studentyzowanego*

rozstępu $q_{I, n-I}$ z $n-I$ stopniami swobody

$$P(|\bar{Y}_i - \bar{Y}_j| \leq u SE) \geq P(\max\{|\bar{Y}_i - \bar{Y}_j|, i, j\} \leq u SE) = P(q_{I, n-I} \leq u) \geq 1 - \alpha$$

Poprawka Kramera na nierówną licznosc grup

$$P\left(q_{I, n-I} \leq \frac{u}{\sqrt{2}}\right) \geq 1 - \alpha$$

głos	wzrost	1	2
Sopran	163,14	****	
Alt	164,86	****	
Tenor	175,70		****
Bas	179,69		****

Tab. 9 HSD Tukeya i Scheffego

Test Scheffego

Z ANOVA

$$F = \frac{\frac{\|M_1 - M_0\|^2}{I-1}}{\frac{\|D - M_1\|^2}{n-I}} = \frac{\|M_1 - M_0\|^2}{(I-1)\sigma^2},$$

$$\|M_1 - M_0\| = \sigma \sqrt{(I-1)F}$$

¹ *Honest Significant Difference*